Nombre:
Carnet:

UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
ROBOTICA
EC-3514

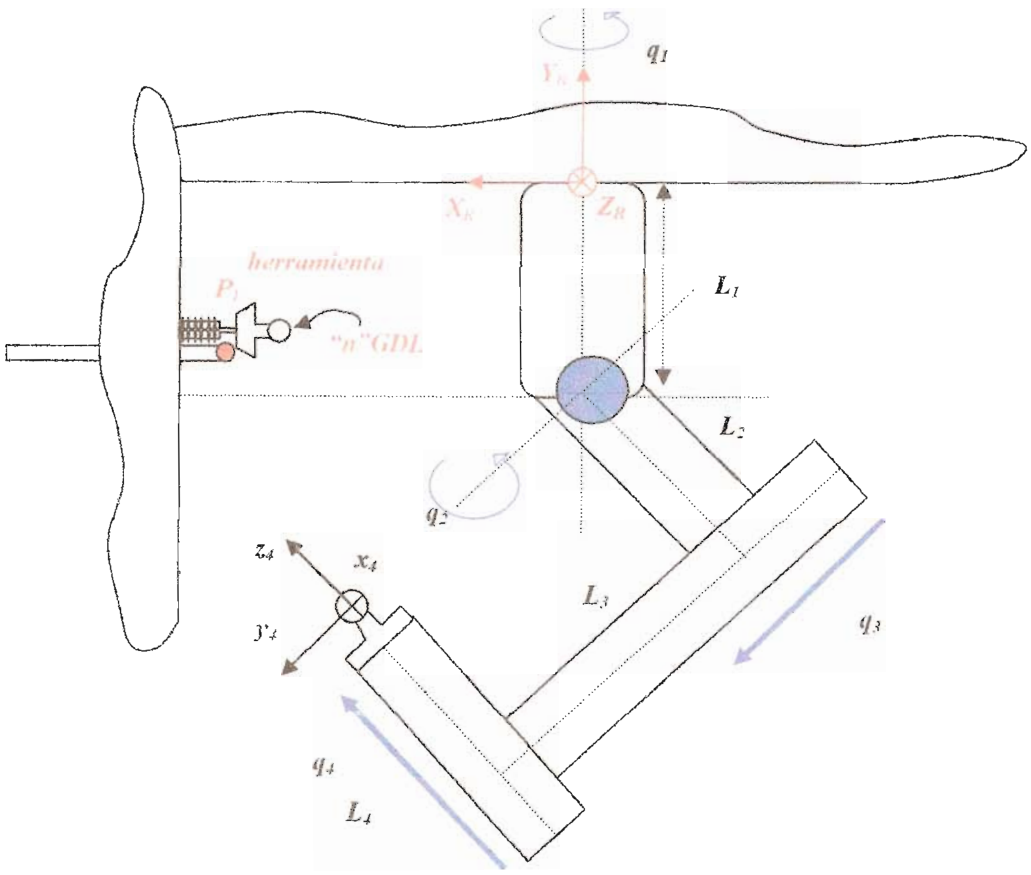
Sartenejas, 2 de marzo del 2000

1ER PARCIAL (35%)

1) La figura anexa presenta un diagrama esquemático de un Robot empleado en el mantenimiento de centrales nucleares. El robot se encuentra dentro del núcleo del reactor y puede hacer dos movimientos prismáticos y dos rotacionales (indicados en azul). Las longitudes de los links 1 al 4 son : 0.2mts, 0.2 mts, 0.5mts y 0.5 mts. Se desea realizar la limpieza a uno de los conductos refrigerantes ubicado en el punto P1. La herramienta de limpieza, la cual mide 0.08 mts, posee "n"grados de libertad.

Encuentre:

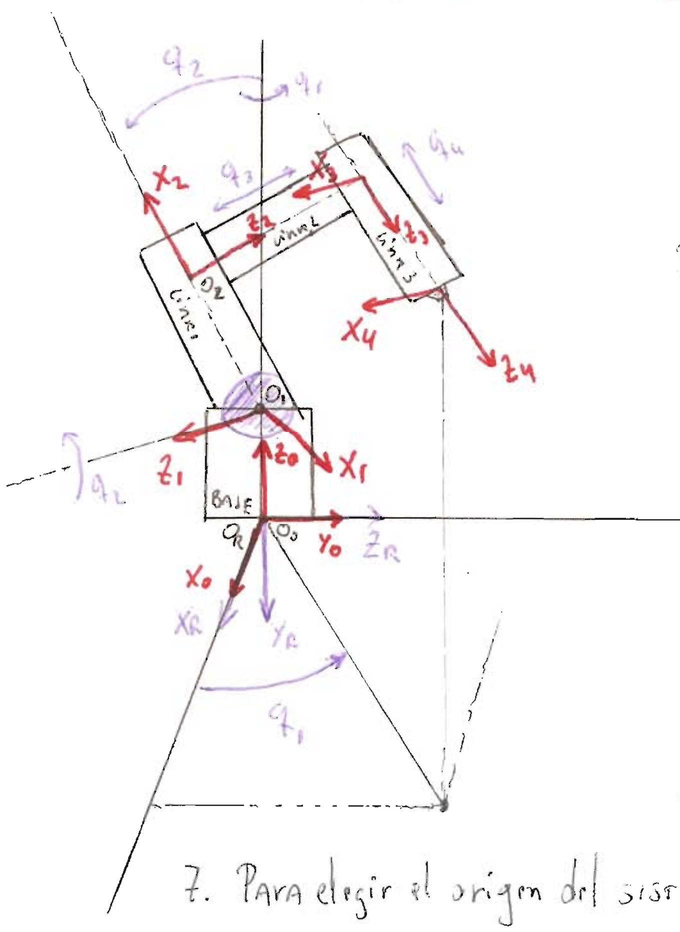
a) La expresión de la cinemática directa del robot (sin incluir la herramienta).
b) Cuantas soluciones existen? Justifique su respuesta.
c) Si $d_4 = L_2$ determine las variables de articulación que permiten posicionar la herramienta en el punto $P_1 = [0.3484 \quad -0.4294 \quad 0.1879]$ visto desde el sistema de referencia del reactor (en rojo) si la orientación de la herramienta debe ser igual a la del reactor.
d) Cual es el mínimo número de articulaciones que debe poseer la muñeca del robot para llevar a cabo la limpieza del conducto. Justifique su respuesta.



Respuestas

a) En primer lugar es importante señalar que el sistema de referencia ⓡ no cumple con la convención de Denavit - Hartenberg puesto que Z_R no esta alineado con el eje de movimiento 1.

Para calcular la cinemática directa veamos el manipulador desde otro punto.



El sistema de Ref. ⓡ se muestra en la figura en AZUL. Obviémoslo y apliquemos DH:

1. Numeramos los links de 1 al n
2. Identificamos los ejes de movimiento
3. Definimos las variables de articulación de q_1 a q_n
4. Sobre cada eje de movimiento colocamos un Z_i. Z_0 se coloca en el eje 1 y es fijo
5. Sobre Z_0 y en cualquier lugar ubicamos O_0
6. Elegimos X_0 y Y_0 como un sistema diestro
7. Para elegir el origen del sistema i-ésimo consideramos:

a. Z_0 y Z_1 son coplanares y se intersectan

Escogemos O_1 en la intersección. X_1 es <u>NORMAL</u> al plano que forman Z_0 y Z_1

b. Z_1 y Z_2 no son coplanares

Existe una única recta normal a ambos ejes que define la distancia mínima entre ellos (en este caso la línea que pasa por el centro de link 1). En esta línea se define X_2, y en su intersección con Z_2 define a O_2

c. Z_2 y Z_3 son coplanares y se intersectan

Escogemos O_3 en la intersección. X_3 es normal al plano que forman Z_2 y Z_3

d. El sist. de Ref. 4 es el Sist. de Ref. 3 desplazado en Z_3 una distancia q_4

Recordando: θ_i : Ángulo entre X_{i-1} y X_i visto desde Z_{i-1}

d_i : Distancia desde O_{i-1} a la intersección entre X_i y Z_{i-1} medida a lo largo de Z_{i-1}

α_i : Ángulo entre Z_{i-1} y Z_i visto desde X_i

a_i : Distancia desde O_i a la intersección entre X_i y Z_{i-1} medida a lo largo de X_i

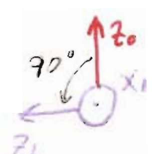
θ_1 : Visto desde Z_0

$\Rightarrow \theta_1 = 90°$

d_1 = X_1 y Z_0 se intersectan en O_1 $\Rightarrow$ d_1 es la distancia entre O_0 y O_1

$\Rightarrow d_1 = L_1$

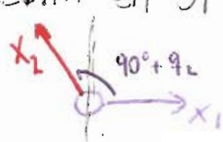
α_1 = Visto desde X_1



$\Rightarrow \alpha_1 = 90°$

a_1 = X_1 y Z_0 se intersectan en O_1 $\Rightarrow$ a_1 es la distancia entre O_1 y O_1 $\Rightarrow a_1 = 0$

θ_2: Visto desde Z_1

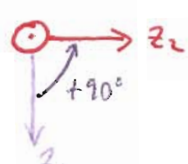


$\theta_2 = 90° + q_2$

d_2: Distancia desde O_1 a la intersección X_2 y Z_1. X_2 y Z_1 se intersectan en O_1

$\Rightarrow d_2 = 0$

α_2 = Visto desde X_2



$\Rightarrow \alpha_2 = +90°$

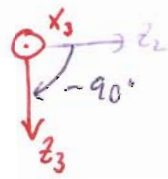
a_2: X_2 y Z_1 se intersecan en O_1. La distancia de O_2 a O_1 es $L_2 \Rightarrow a_2 = L_2$

θ_3: Visto desde Z_2

$\theta_3 = 90°$

d_3: X_3 y Z_2 se intersecan en O_3. La distancia de O_2 a O_3 es $q_3 \Rightarrow d_3 = q_3$

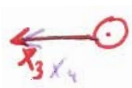
α_3: Visto desde X_3



$\Rightarrow \alpha_3 = -90°$

a_3: X_3 y Z_2 se intersecan en O_3. La distancia de O_3 a O_3 es $0 \Rightarrow a_3 = 0$

θ_4: Visto desde Z_3



$\Rightarrow \theta_4 = 0$

d_4: X_4 y Z_3 se intersecan en O_4. La distancia entre O_3 y O_4 es $q_4 \Rightarrow d_4 = q_4$

α_4: Visto desde X_4

$\Rightarrow \alpha_4 = 0$

a_4: X_4 y Z_3 se intersecan en O_4. La distancia entre O_4 y O_4 es $0 \Rightarrow a_4 = 0$

Finalmente.

i	θ_i	d_i	α_i	a_i
1	q_1	L_1	$90°$	0
2	$90°+q_2$	0	$90°$	L_2
3	$90°$	q_3	$-90°$	0
4	0	q_4	0	0

NOTA: En general, al aplicar D-H NO es necesario especificar los ejes Y_i

Según D-H:

$$A_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} Cq_1 & 0 & Sq_1 & 0 \\ Sq_1 & 0 & -Cq_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} -Sq_2 & 0 & Cq_2 & -L_2 Sq_2 \\ Cq_2 & 0 & Sq_2 & L_2 Cq_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Luego

$$A_0^4 = A_0^1 \times A_1^2 \times A_2^3 \times A_3^4 = \begin{bmatrix} Sq_1 & -Cq_1 Cq_2 & Cq_1 Sq_2 & q_3 Cq_1 Cq_2 + (q_4 - L_2) Cq_1 Sq_2 \\ -Cq_1 & -Sq_1 Cq_2 & Sq_1 Sq_2 & q_3 Sq_1 Cq_2 + (q_4 - L_2) Sq_1 Sq_2 \\ 0 & -Sq_2 & -Cq_2 & q_3 Sq_2 + L_1 + (L_2 - q_4) Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pero, ¿Cómo relacionamos A_0^4 con el Sist. de Ref. R?

$$A_R^4 = A_R^0 \times A_0^4$$

¿Quién es A_R^0?

Entre el sistema R y el 0 existe una rotación de $+90°$ sobre el eje X_R

Luego:
$$A_R^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A_R^4 = A_R^0 \times A_0^4 = \begin{bmatrix} Sq_1 & -Cq_1Cq_2 & Cq_1Sq_2 & q_3Cq_1Cq_2 + (q_4-l_2)Cq_1Sq_2 \\ 0 & -Sq_2 & -Cq_2 & -q_3Sq_2 \cdot l_1 (l_2-q_4)Cq_2 \\ -Cq_1 & -Sq_1Cq_2 & Sq_1Sq_2 & q_3Sq_1Cq_2 + (q_4-l_2)Sq_1Sq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La posición el elemento final con respecto al S.R. 4 es

$$\vec{P_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Luego: $\vec{P_R} = A_R^4 \cdot \vec{P_4} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_3Cq_1Cq_2 + (q_4-l_2)Cq_1Sq_2 \\ -q_3Sq_2 \cdot l_1 (l_2-q_4)Cq_2 \\ +q_3Sq_1Cq_2 + (q_4-l_2)Sq_1Sq_2 \\ 1 \end{bmatrix}$

[Cin. Dir. de la BASE DE LA HERRAMIENTA]

6) Ejercicio

c) - Por intuición algebráica.

De las ecuaciones de cinemática directa. Si $q_4 = l_2$:

$$P_x - l_h = q_3Cq_1Cq_2 \quad (1)$$

$$P_y = -q_3Sq_2 + l_1 \Rightarrow -P_y - l_1 = q_3Sq_2 \quad (2)$$

$$P_z = +q_3Sq_1Cq_2 \quad (3)$$

Se nos dice que la herramienta de largo ($l_h = 0{,}08$ mts) siempre tiene la misma orientación del efector. En este caso en X_R.

Dividiendo ③ ÷ ①

$$\frac{+Sq_1}{Cq_1} = \frac{P_z}{P_x - l_{h_1}} \Rightarrow \tan q_1 = \frac{+P_z}{P_x - l_h}$$

$$\boxed{q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{+P_z}{P_x - l_h}\right)}$$

Elevo ① y ③ al cuadrado y las sumo:

$$(P_x - l_h)^2 + P_z^2 = q_3^2 C^2q_1 C^2q_2 + q_3^2 Sq_1^2 Cq_2^2$$

$$(P_x - l_h)^2 + P_z^2 = q_3^2 Cq_2^2 \Rightarrow q_3 Cq_2 = \sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2} \quad ④$$

Dividiendo ② ÷ ④

$$\frac{Sq_2}{Cq_2} = \frac{-P_y - L_1}{\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2}} \Rightarrow \boxed{q_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-P_y - L_1}{\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2}}\right)} \quad ⑤$$

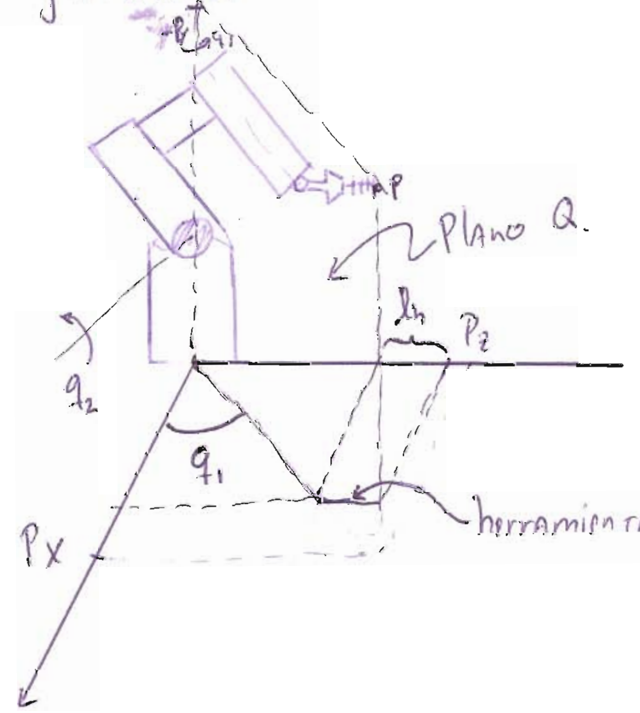
Sust. ⑤ en ②

$$\boxed{q_3 = \frac{-P_y - L_1}{\operatorname{Sen}\left(\tan^{-1}\left(\frac{-P_y - L_1}{\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2}}\right)\right)}}$$

Sabiendo que $P = \begin{bmatrix} 0{,}3484 & -0{,}4294 & 0{,}1879 \end{bmatrix}$ y $l_h = 0{,}08$ mts. Obtenemos

$$\boxed{\begin{aligned} q_1 &\cong 35° \\ q_2 &\approx 35° \\ q_3 &\approx 0{,}4 \text{ mts} \end{aligned}}$$

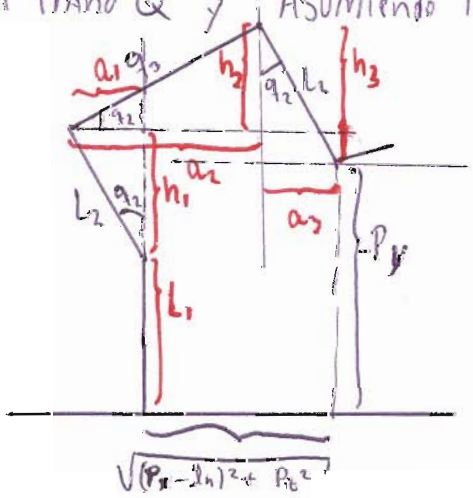
- Por intuición geométrica



$$\tan q_1 = \frac{P_z - l_h}{P_x}$$

$$\boxed{q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_z - l_h}{P_x}\right)}$$

Visto desde el Plano Q y asumiendo links como líneas.



$$-P_y = l_1 + h_1 + h_2 - h_3$$

$$-P_y = l_1 + \cancel{l_2 Cq_2} + q_3 Sq_3 - \cancel{l_2 Cq_2}$$

$$-P_y = l_1 + q_3 Sq_2 \Rightarrow q_3 Sq_2 = -P_y - l_1 \quad (1)$$

$$\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2} = a_3 + a_2 - a_1$$

$$\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2} = \cancel{l_2 Sq_2} + q_3 Cq_2 - \cancel{l_2 Sq_2}$$

$$q_3 \, c q_2 = \sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2} \quad (2)$$

Dividiendo (1) ÷ (2)

$$\tan q_2 = \frac{-P_y - l_1}{\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2}} \Rightarrow \boxed{q_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-P_y - l_1}{\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2}}\right)} \quad (3)$$

Sust (3) en (1)

$$\boxed{q_3 = \frac{-P_y - l_1}{\operatorname{sen}\left(\tan^{-1}\left(\frac{-P_y - l_1}{\sqrt{(P_x - l_h)^2 + P_z^2}}\right)\right)}}$$

d) Ejercicio.